



สัมประสิทธิ์แรงดันดินด้านข้างของดินทรายขณะเพิ่มหน่วยแรงประสิทธิผลในแนวตั้ง (COEFFICIENT OF EARTH PRESSURE AT REST OF SANDS DURING INCREASE IN EFFECTIVE VERTICAL STRESS)

ดร. บารเมศ วรธนะภูติ (Dr. Barames Vardhanabhuti)

อาจารย์ ม. เกษตรศาสตร์ fengbmv@ku.ac.th

บทคัดย่อ : เครื่องมือ Oedometer พิเศษซึ่งมีการติดตั้งอุปกรณ์วัดแรงดันด้านข้างได้ถูกนำมาใช้ในการศึกษาพฤติกรรมของสัมประสิทธิ์แรงดันดินด้านข้าง (Coefficient of Earth Pressure at Rest, K_0) ของทรายขณะเพิ่มหน่วยแรงประสิทธิผลในแนวตั้ง (Effective Vertical Stress, σ'_v) ดินทรายตัวอย่างที่ทำกรทดสอบเป็นประเภท Clean and Uniform Fine Sand ซึ่งได้แก่ Ottawa Sand, Lake Michigan Beach Sand, และ Niigata Sand การศึกษาได้คำนึงถึงอิทธิพลของความหนาแน่นของดิน, ประวัติทางธรณีวิทยา และขบวนการก่อสร้าง เช่น การสั่นซึ่งเกิดจากแผ่นดินไหว, กระบวนการบดอัดดิน, และ Overconsolidation Processes, ต่อพฤติกรรมของ K_0 ขณะเพิ่ม σ'_v ผลการศึกษาพบว่าเส้น $\overset{\circ}{K}$ -Line ของดินทราย ขึ้นกับค่าอัตราส่วนช่องว่าง (Void Ratio) ซึ่งมีผลต่อมุมเสียดทาน (Friction Angle, ϕ') ของดิน และสมการ Jaky (1948) สามารถใช้คำนวณค่า K_0 ได้ดี ในกรณีที่หน่วยแรงประสิทธิผลในแนวราบและแนวตั้งที่กระทำกับมวลดิน (σ'_h, σ'_v) อยู่บนเส้น $\overset{\circ}{K}$ -Line เมื่อ σ'_v เพิ่มขึ้น Stress Path จะอยู่บนเส้น $\overset{\circ}{K}$ -Line และ K_0 จะมีค่าคงที่จนกระทั่งเม็ดทรายเกิดการเปลี่ยนรูปหรือแตก ในกรณีที่ (σ'_h, σ'_v) อยู่เหนือเส้น $\overset{\circ}{K}$ -Line, เช่น เกิดจาก Overconsolidation Processes และการสั่นสะเทือนจากขบวนการบดอัดดิน, เมื่อ σ'_v เพิ่มขึ้น σ'_h จะเพิ่มขึ้นตามเส้น $\overset{\circ}{K}_R$ -Line และจะบรรจบเส้น $\overset{\circ}{K}$ -Line ที่ $[\sigma'_v]_{K_0=K}$ ความชันของ $\overset{\circ}{K}_R$ -Line มีค่าประมาณเท่ากับ $0.65 (1 - \sin \phi')$

ABSTRACT : An Oedometer instrumented to measure horizontal pressure was used to examine the behavior of the coefficient of earth pressure at rest, K_0 , of clean sands subjected to increase in effective vertical stress. Reconstituted specimens of Ottawa, Lake Michigan Beach, and Niigata sands were used for the test. Influence factors on K_0 during increase in effective vertical stress include density and geological loading histories, such as earthquake, compaction and overconsolidation processes. For each void ratio and associated friction angle, ϕ' , of a sand there is a corresponding $\overset{\circ}{K}$ -Line with slope adequately defined by the Jaky Equation. In case of in situ effective stress (σ'_h, σ'_v) is on the $\overset{\circ}{K}$ -Line, as σ'_v increases (σ'_h, σ'_v) is expected to be on the $\overset{\circ}{K}$ -Line with a constant slope K_0 until particle crushing and splitting take place. In case of (σ'_h, σ'_v) is above the $\overset{\circ}{K}$ -Line, as a result from vibration or overconsolidation processes, as σ'_v increases σ'_h is expected to be increased and followed the $\overset{\circ}{K}_R$ -Line, and will merge with $\overset{\circ}{K}$ -Line at $[\sigma'_v]_{K_0=K}$. The slope of $\overset{\circ}{K}_R$ -Line is approximately equal to $0.65 (1 - \sin \phi')$.

KEYWORDS : Coefficient of earth pressure at rest, lateral earth pressure, sand, densification, particle crushing and splitting

1. บทนำ

สัมประสิทธิ์แรงดันดินด้านข้าง (Coefficient of Earth Pressure at Rest, K_0) คือ อัตราส่วนระหว่างหน่วยแรงประสิทธิผลในแนวราบ (Effective Horizontal Stress, σ'_h) ต่อหน่วยแรงประสิทธิผลในแนวดิ่ง (Effective Vertical Stress, σ'_v) ในมวลดินซึ่งอยู่ในสภาวะไม่มีการเปลี่ยนรูปร่างด้านข้าง และ ระนาบหลักของหน่วยแรง (Principal Planes) อยู่ในระนาบราบและระนาบดิ่ง (Donath, 1891 และ Mesri and Hayat, 1993) ค่า K_0 นั้นมีความสำคัญในการวิเคราะห์และออกแบบงานวิศวกรรมปฐพีหลายด้าน เช่น แรงดันที่ดินกระทำต่อกำแพงกันดิน, ความสามารถในการรับน้ำหนักของเสาเข็ม, การทดสอบ In Situ Penetration ในสนาม, สมบัติทางวิศวกรรมของดินที่แสดง Anisotropy เช่น Shear Modulus และ Damping, และ Hydraulic Fracturing ที่เกิดขึ้นในแกนเขื่อนดิน เป็นต้น นักวิจัยหลายท่านได้ศึกษาพฤติกรรมของ K_0 และมีบทความตีพิมพ์เกี่ยวกับ K_0 ของดินประเภท Granular Soil จำนวนมากตั้งแต่ทศวรรษที่ 1930 จนถึงปัจจุบัน (เช่น Terzaghi 1934, Jaky 1944, 1948, Bishop 1958, Hendron, 1963, Schmidt, 1966, D'Appolonia et al. 1969, Broms and Ingelson 1971, Carder et al. 1977, Sherif et al. 1982, 1984, Mayne 1985, Duncan and Seed, 1986; Fukagawa and Ohta, 1988; Duncan et al., 1991, Mesri and Hayat, 1993, Mesri et al. 1993; Peck, 1993) ค่า K_0 ของ Granular Soil นั้น ขึ้นกับมุมเสียดทาน (Friction Angle, ϕ'), ประวัติทางธรณีวิทยา และประวัติการรับแรงขณะก่อสร้าง เช่น Overconsolidation Process, การสั่นสะเทือนเนื่องจากแผ่นดินไหว หรือจากกระบวนการอัดดิน เป็นต้น, และทิศทางของ Stress Path เช่น ดินอยู่ในระหว่างการเพิ่มหรือลด σ'_v (Hendron 1963, Schmidt 1966, Duncan and Seed 1986, Duncan et al. 1991, Mesri and Hayat 1993, Mesri et al. 1993, and Peck 1993)

2. การทดสอบในห้องปฏิบัติการ

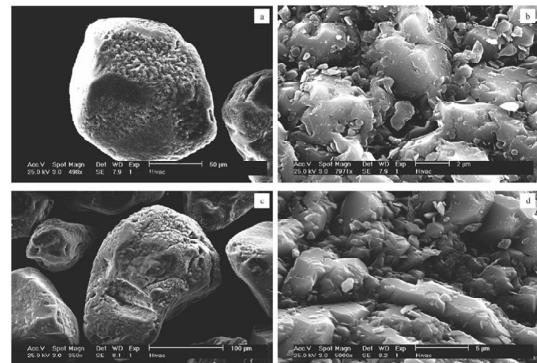
2.1 ดินทรายตัวอย่าง

ดินตัวอย่างที่นำมาใช้ในการทดสอบมี 3 ชนิด ซึ่งเป็นทรายเม็ดละเอียดและสะอาด (Clean Fine Sand) ได้แก่ Ottawa Sand, Lake Michigan Beach Sand และ Niigata Sand (Vardhanabhuti, 2006) ดินตัวอย่างขณะทำการทดสอบอยู่ในสภาวะแห้ง (Air Dried Condition) โปรแกรมการทดสอบเพื่อหาสมบัติทาง

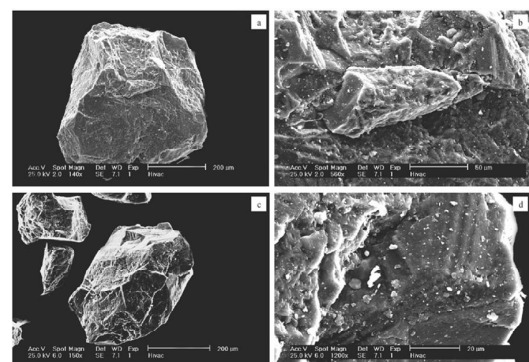
วิศวกรรมของดินได้แก่ Scanning Electron Microscope (SEM) Examinations, Grain Size Analyses, Specific Gravity Measurements, และ Drained Direct Shear Test เพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่าง ϕ' และ อัตราส่วนช่องว่าง (Void Ratio, e) ผลการทดสอบดังกล่าว สรุปในตารางที่ 1 และ ตัวอย่าง SEM Micrographs ของ Ottawa Sand, Lake Michigan Beach Sand, และ Niigata Sand แสดงในรูปที่ 1, 2, และ 3, ตามลำดับ

ตารางที่ 1 ดัชนีและสมบัติทางวิศวกรรมของดินตัวอย่าง

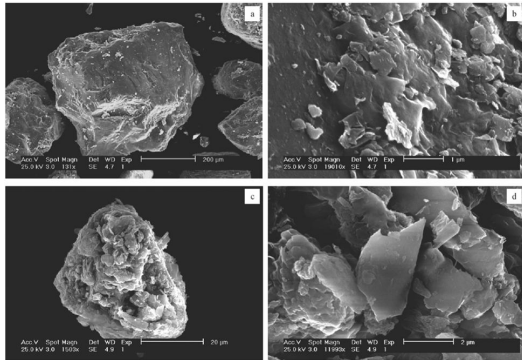
ดินตัวอย่าง	รูปร่างของเม็ดดิน	D_{50} (mm)	C_u	C_c	e_{max}	e_{min}	ϕ' (degrees)
Ottawa	Rounded to subrounded	0.13	1.75	1.29	0.85	0.52	31-35
Lake Michigan Beach	Subangular to angular	0.25	2.08	1.14	0.89	0.55	32-41
Niigata	Angular	0.26	1.56	0.96	1.06	0.71	33-38



รูปที่ 1 Scanning Electron Micrograph ของเม็ด Ottawa Sand



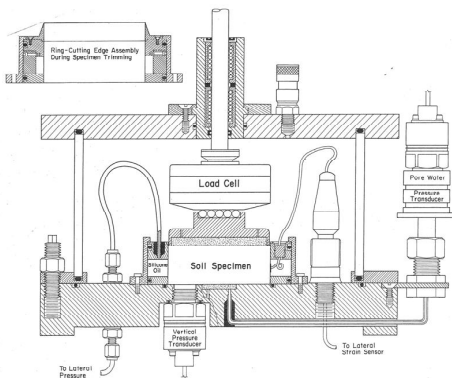
รูปที่ 2 Scanning Electron Micrograph ของเม็ด Lake Michigan Beach Sand



รูปที่ 3 Scanning Electron Micrograph ของเม็ด Niigata Sand

2.2 เครื่องมือทดสอบ K_v

เครื่องมือ Oedometer พิเศษซึ่งมีวงแหวนภายในทำจาก Highly Polished Stainless Steel และ ติดตั้งอุปกรณ์วัดแรงดันด้านข้าง ได้ถูกสร้างขึ้นเพื่อใช้ในการศึกษาครั้งนี้ (Hayat 1992, Mesri and Hayat 1993, Vardhanabhati 2006) เส้นผ่าศูนย์กลางด้านในและความสูงของวงแหวนมีค่าเท่ากับ 76.2 mm และ 25.4 mm ตามลำดับ บริเวณกึ่งกลางของวงแหวนเป็น Diaphragm ที่มีความหนา 0.254 mm และติดตั้ง Strain Gages เพื่อตรวจสอบการบิดดัดตัว (Lateral Deformation) ของ Diaphragm ซึ่งถูกควบคุมโดยแรงดันจาก Silicone Oil Chamber ที่ประกบติดกับวงแหวนภายใน ดังแสดงในรูปที่ 4

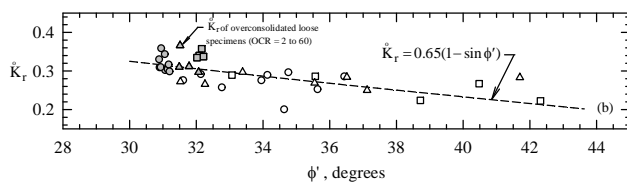
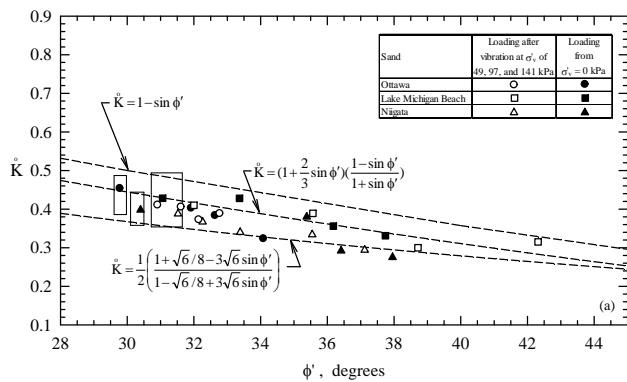


รูปที่ 4 เครื่องมือ Oedometer with lateral stress sensing instrument (Mesri and Hayat, 1992, Vardhanabhati, 2006)

3. Intrinsic K_v -Line และ K_r -Line

ดินทราย ที่มีค่า Void Ratio ใด ๆ นั้น จะมีความสัมพันธ์ระหว่าง σ'_h และ σ'_v ซึ่งเรียกว่า Intrinsic K_v -Line ซึ่งมีความชัน

$(\Delta\sigma'_h/\Delta\sigma'_v)$ เท่ากับ K_v และตัดแกน x และ y ที่จุด (0,0) K_v นั้นมีค่าคงที่จน σ'_v มีค่าเท่ากับ $[\sigma'_v]_{Mmax}$ ซึ่งเป็น Effective Vertical Stress ที่เม็ดทรายเริ่มมีการเปลี่ยนรูปหรือแตก (Vardhanabhati, 2006) ค่า K_v ขึ้นกับ ค่า Void Ratio ซึ่งสัมพันธ์กับ ϕ' และสอดคล้องกับสมการ Jaky (1944) ข้อมูล K_v ของดินทรายตัวอย่าง และสมการ Jaky (1944, 1948) และความสัมพันธ์ซึ่งเสนอโดย Hendron (1963) แสดงในรูปที่ 5a สำหรับดินทรายแต่ละชนิดนั้น ค่า K_v ที่สูงที่สุดเป็นของดินตัวอย่างที่หวมที่สุดซึ่งมีค่า ϕ' เท่ากับ Constant-Volume Friction Angle (ϕ'_{cv}) และค่า K_v ที่น้อยที่สุด เป็นของดินตัวอย่างที่แน่นที่สุด



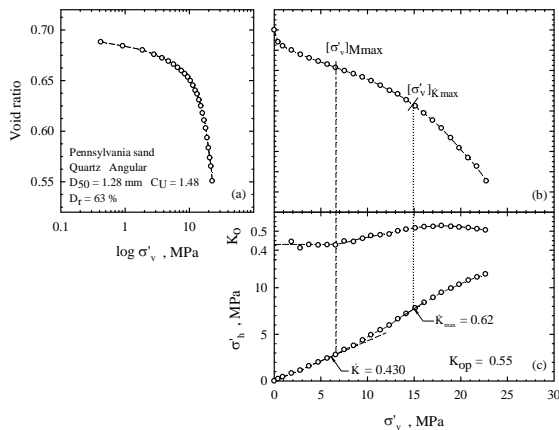
รูปที่ 5 ค่า (a) K_v และ (b) K_r ซึ่งสัมพันธ์กับ ϕ' และในรูป (a) แสดงความสัมพันธ์ Jaky (1944) (เส้นกลาง), Jaky (1948) (เส้นบน) และ Hendron (1963) (เส้นล่าง)

หน่วยแรงประสิทธิผลเริ่มต้น [Initial State of Stress (σ'_h, σ'_v)] ที่กระทำต่อดินทรายตามธรรมชาติซึ่งอยู่ในสภาวะไม่มีการเคลื่อนตัวด้านข้างนั้น (Laterally Constrained Condition) จะอยู่บนหรือเหนือเส้น Intrinsic K_v -Line ซึ่งสัมพันธ์กับค่า e และ ϕ' ของดินขณะนั้น ถ้า $(\sigma'_h, \sigma'_v)_i$ อยู่บนเส้น Intrinsic K_v -Line (หรือในกรณีที่ $K_0 = K_v$) และ เมื่อ σ'_v เพิ่มขึ้น ค่า σ'_h จะเพิ่มขึ้น ตามสมการ

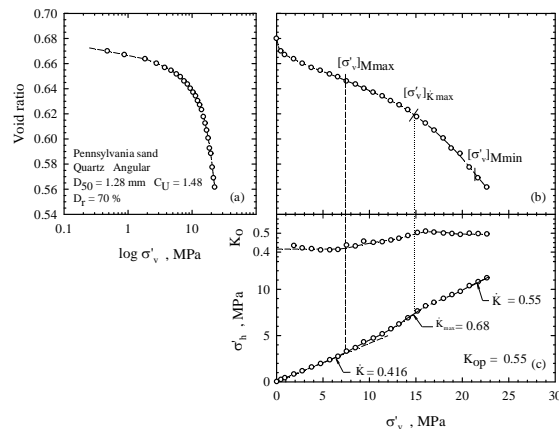
$$\Delta\sigma'_h = K_v \Delta\sigma'_v \quad (1)$$



และ Stress Path จะอยู่บนเส้น Intrinsic $\overset{\circ}{K}$ -Line จนค่า σ'_v เท่ากับ $[\sigma'_v]_{Mmax}$ ซึ่งเป็นหน่วยแรงที่เม็ดดินเริ่มมีการเปลี่ยนรูปหรือเกิดการแตก (Vardhanabhuti, 2006) และเมื่อ σ'_v มีค่าเพิ่มขึ้นจาก $[\sigma'_v]_{Mmax}$ จนถึง 2 ถึง 9 เท่าของ $[\sigma'_v]_{Mmax}$ $\overset{\circ}{K}$ จะมีค่าเพิ่มขึ้นและเข้าใกล้ K_0 ของดินที่อยู่ในสภาวะหลวมที่สุด (K_{op}) ตัวอย่างพฤติกรรมดังกล่าวแสดงในรูปที่ 6 และ 7 (Vardhanabhuti 2006)



รูปที่ 6 อิทธิพลของการแตกของเม็ดดินขณะ One-Dimensional Compression ของดิน Pennsylvania Sand (ข้อมูลจาก Hendron 1963)



รูปที่ 7 อิทธิพลของการแตกของเม็ดดินขณะ One-Dimensional Compression ของดิน Pennsylvania Sand (ข้อมูลจาก Hendron 1963)

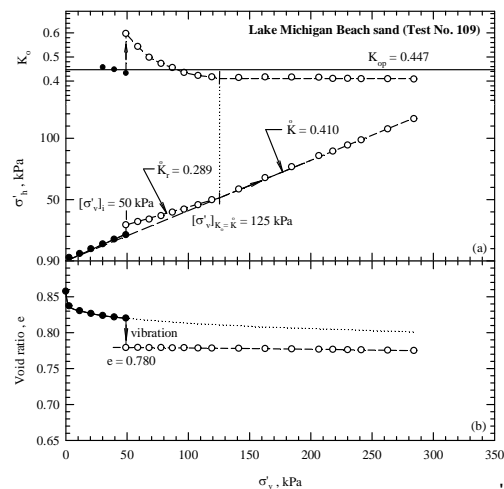
$[\sigma'_v]_{Mmax}$ มีค่าตั้งแต่ น้อยกว่า 0.3 MPa สำหรับ Angular Cabonate Biogenic Sand ถึง 30 MPa สำหรับ Well Rounded Quartz Sand (Vardhanabhuti, 2006) ในกรณีดินทรายได้รับแรงสั่น หรือผ่านกระบวนการ Overconsolidation (น้ำหนักกดทับลดลง) ค่า $(\sigma'_h, \sigma'_v)_i$ จะอยู่เหนือเส้น Intrinsic $\overset{\circ}{K}$ -Line และเมื่อ σ'_v เพิ่มขึ้น σ'_h จะเพิ่มขึ้น และ Stress Path ในช่วงต้นจะอยู่บน $\overset{\circ}{K}_r$ -Line ตามสมการ

$$\Delta \sigma'_h = \overset{\circ}{K}_r \Delta \sigma'_v \quad (2)$$

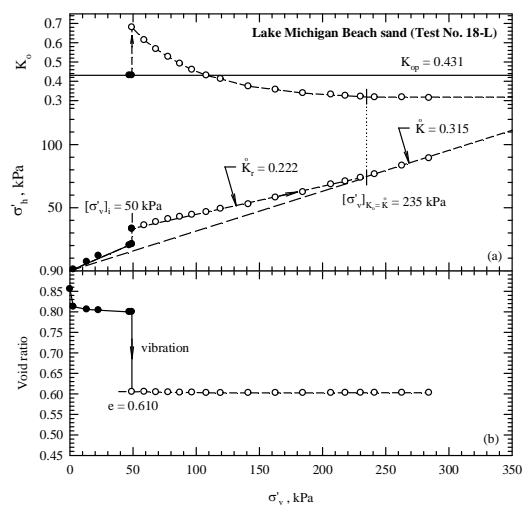
จนบรรจบกับ เส้น Intrinsic $\overset{\circ}{K}$ -Line ที่

$$[\sigma'_v]_{K_0 = \overset{\circ}{K}} = [\sigma'_v]_i \frac{K_0 - \overset{\circ}{K}_r}{\overset{\circ}{K} - \overset{\circ}{K}_r} \quad (3)$$

โดยที่ $\overset{\circ}{K}_r = 0.65 (1 - \sin \phi')$ ดังแสดงในรูปที่ 5b ตัวอย่างดินทรายที่ Initial State of Stress ($K_0 \sigma'_v, \sigma'_v$)_i อยู่เหนือเส้น Intrinsic $\overset{\circ}{K}$ -Line และ σ'_v มีค่าเพิ่มขึ้นแสดงในรูปที่ 8 และ 9 ค่า $(K_0 \sigma'_v, \sigma'_v)_i$ ในรูปดังกล่าวเกิดจากการบดอัดดินโดยการสั่นที่หน่วยแรงประสิทธิผลในแนวตั้งเท่ากับ $[\sigma'_v]_i$



รูปที่ 8 พฤติกรรมของดิน Lake Michigan Beach Sand ขณะเพิ่ม σ'_v ภายหลังจากการสั่นและ ค่า e ลดลงที่ 0.78

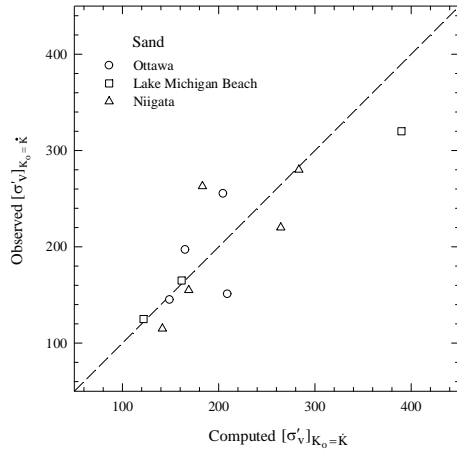


รูปที่ 9 พฤติกรรมของดิน Lake Michigan Beach Sand ขณะเพิ่ม σ'_v ภายหลังจากการสั่นและ ค่า e ลดลงที่ 0.61

ค่า $[\sigma'_v]_{K_0 = \overset{\circ}{K}}$ ซึ่งคำนวณจากสมการที่ (3) และ ข้อมูลจากรูปที่ 5 ได้นำมาเปรียบเทียบกับค่าที่วัดจากการทดลองดินทราย



ทั้ง 3 ชนิดจำนวน 12 ตัวอย่าง และแสดงในรูปที่ 10 ซึ่งให้ผลใกล้เคียงกัน (Vardhanabhuti 2006)



รูปที่ 10 เปรียบเทียบระหว่างค่า Observed $[\sigma'_v]_{K_o=K}$ และ $[\sigma'_v]_{K_o=K}$ ของ Ottawa Sand, Lake Michigan Beach Sand, และ Niigata Sand

4. สรุป

1. สำหรับดินทรายซึ่งมีค่า e ใดๆ และสัมพันธ์กับ ϕ' จะมี Intrinsic K -Line ที่มีความชันเท่ากับ K ค่า K สามารถประมาณได้จากสมการ Jaky (1948) และ ค่า ϕ' ความชันของ Intrinsic K -Line จะคงที่จนเมื่อทรายเกิดการเปลี่ยนรูปหรือแตกฉน $[\sigma'_v]_{Mmax}$ และ ค่า จะเข้าใกล้ K_{op}

2. ในสภาวะ Laterally Constrain และ Initial State of Stress เริ่มจาก $\sigma'_v = \sigma'_h = 0$ หรือ ค่า $(\sigma'_h, \sigma'_v)_i$ อยู่บนเส้น Intrinsic K -Line เมื่อดินทรายมีค่า σ'_v เพิ่มขึ้น σ'_h จะเพิ่มขึ้นตามเส้น Intrinsic K -Line

3. ค่าสูงสุดของ K ของ Ottawa Sand, Lake Michigan Beach Sand, และ Niigata Sand เท่ากับ 0.43, 0.42, และ 0.40 ตามลำดับ ซึ่งดินนั้นอยู่ในสภาวะหลวมที่สุด และมีค่า ϕ' เท่ากับ ϕ'_{cv} ส่วนค่าที่ต่ำสุดของ K ของ Ottawa Sand, Lake Michigan Beach Sand, และ Niigata Sand เท่ากับ 0.32, 0.31, และ 0.30 ตามลำดับ ซึ่งดินอยู่ในสภาวะที่แน่นที่สุด (ค่า e น้อยที่สุดซึ่งเกิดจากการบดอัดโดยการสั่น)

4. ในสภาวะที่ $(K_o \sigma'_v, \sigma'_v)_i$ ของดินทรายหลวมหรือแน่นก็ตาม อยู่เหนือเส้น Intrinsic K -Line ซึ่งเกิดจากการสั่น หรือ Overconsolidation Process เมื่อ σ'_v เพิ่มขึ้น Stress Path จะตาม

เส้น K_r -Line ซึ่งมีค่า $K_r = 0.65 (1 - \sin \phi')$ และจะมาบรรจบกับเส้น Intrinsic K -Line ที่ $[\sigma'_v]_{K_o=K}$

5. บรรณานุกรม

- [1] Bishop, A.W. (1958). "Test requirements for measuring the coefficient of earth pressure at rest." *Proc., Conference on Earth Pressure Problems*, Brussels, Belgium. 1, 2-14.
- [2] Broms, B.B., and Ingelson, I. (1971). "Earth pressure against the abutments of a rigid frame bridge." *Geotechnique*, London, England, 21(1), 15-28.
- [3] Carder, D.R., Pocock, R.G., and Murray, R.T. (1977). "Experimental retaining wall facility-lateral stress measurements with sand backfill." *Transport and Road Research Laboratory Report No. LR 766*, Crowthorne, England.
- [4] D'Appolonia, D. J., Whitman, R. V., and D'Appolonia, E. (1969). "Sand compaction with vibratory rollers." *J. Soil Mech. and Found. Div.*, ASCE, 95(1), 263-284.
- [5] Duncan, J.M., and Seed, R.B. (1986). "Compaction-induced earth pressure under K_o -conditions." *J. Geotech. Eng.*, ASCE, 112(1), 1-22.
- [6] Duncan, J.M., Williams, G.W., Sehn, A.L., and Seed, R.B. (1991). "Estimate earth pressure due to compaction." *J. Geotech. Eng.*, ASCE, 117(12), 1833-1847.
- [7] Fukagawa, R., and Ohta, H. (1988). "Effect of some factors on K_o -values of a sand." *Soils and Foundations*, 28(4), 93-106.
- [8] Hayat, T.M. (1992). "The coefficient of earth pressure at rest." Ph.D. thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana, IL, 664.
- [9] Hendron, A.J. (1963). "The behavior of sand in one-dimensional compression." Ph.D. thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana, IL, 283.
- [10] Jaky, J. (1944). "A nyugalmi nyomas tenyezoje (The coefficient of earth pressure at rest)." *Magyar Mernok es Epitesz-Egylet Kozlonye*, 355-358.
- [11] Jaky, J. (1948). "Pressure in silos." *Proc., 2nd Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, 1, 103-107.
- [12] Mayne, P.W. (1985). "Ground vibration during dynamic compaction." *Vibration problems in Geotechnical Engineering: Proc., a Symposium sponsored by the Geotechnical Engineering Division in conjunction with the ASCE Convention in Detroit*, Michigan, G. Gazetas and E. T. Selig, eds., ASCE.



- [13] Mesri, G., and Hayat, T.M. (1993). "The coefficient of earth pressure at rest." *Can. Geotech. J.*, Ottawa, Canada, 30(4), 647-666.
- [14] Mesri, G., Hayat, T.M., and Shahien, M. (1993). "Estimating earth pressure due to compaction." Discussion, *J. of Geotech. Eng.*, ASCE, 119(7), 1169-1171.
- [15] Mesri and Vardhanabhuti (2006). "The coefficient of earth pressure at rest of sands subjected to vibration", *Canadian Geotechnical Journal*, 44, 1242-1263.
- [16] Peck, R.B. (1993). "Estimation earth pressures due to compaction." Discussion, *J. of Geotech. Eng.*, ASCE, 119(7), 1171-1172.
- [17] Schmidt, B. (1966). "Discussion of Earth pressures at rest related to stress history." Discussion, *Can. Geotech. J.*, 239-242.
- [18] Sherif, M.A., Ishibashi, I., and Lee, C. D. (1982). "Earth Pressure Against Rigid Retaining Walls." *J. of Geotech. Eng.*, ASCE, Vol. 108(5), 679-695.
- [19] Sherif, M.A., Fang, Y., and Sherif, R.I. (1984). " K_A and K_0 Behind Rotating and Non-Yielding Walls." *J. of Geotech. Eng.*, ASCE, 110(1), 41-56.
- [20] Terzaghi, K. (1934). "Large Retaining Wall Tests." *Engineering New Record*, 112, 136-140.
- [21] Vardhanabhuti, B. (2006). "The coefficient of earth pressure at rest and deformation and densification of granular soils subjected to static and dynamic loading." Ph.D. thesis, Department of Civil and Environmental Engineering, University of Illinois at Urbana-Champaign, Ill.